**דו"ח מעבדה – תנועה הרמונית א'**

**מגישים:** עדו גרוס 301020012 רון נוימן 026505602

**קורס:**  מעבדה בפיזיקה לתלמידי הנדסת חשמל ואלקטרוניקה, אוניברסיטת ת"א

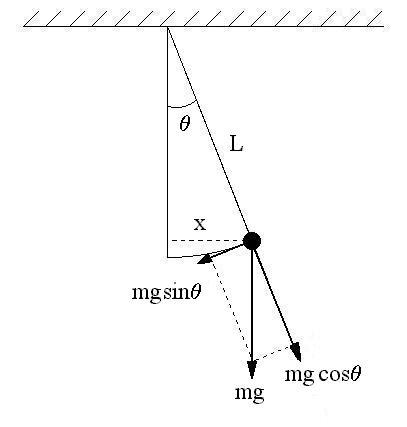
**תאריך:** 19.11.09

1. **מטרות הניסוי:**
   1. אימות הקשר התיאורטי בין אורך מטוטלת לזמן המחזור.
   2. חישוב כוח הכבידה (g) על סמך מדידת זמני מחזור לפני אורכי מטוטלת שונים.
2. **רקע תיאורטי:**

מטוטלת מתמטית הינה גוף המבצע תנועה מחזורית המכונה בשם תנועה הרמונית פשוטה. תנאי בסיס לפעולת המטוטלת הנו שהכוח המחזיר (F) יהיה פרופורציוני להעתק (x) ומנוגד לו בכיוונו.

המטוטלת מורכבת ממסה (m) התלויה על חוט שאורכו (L) ונעה באופן מחזורי על פני מישור אופקי (x). בכדי לתאר את המטוטלת באופן פשוט נניח כי החוט אינו אלסטי ומשקלו זניח, המסה מתרכזת בקצה החוט, התנועה מתבצעת במישור בעל מימד אחד ולא פועלים כוחות נוספים מלבד כוח הכבידה.

התרשים הבא מתאר את תנועת המטוטלת והכוחות הפועלים עליה:



כאשר המסה (m) מוסטת מנקודת שיווי המשקל, היא נעה במסלול קשתי שרדיוסו (L). על המסה מופעל כוח כבידה (mg כלפי האדמה) וכאשר המסה נמצאת בזוית *θ* הכוח המחזיר הנו .

ניתן לראות שכאשר מדובר בזויות קטנות קשת התנועה של המטוטלת מתקרבת ל-(x) ובהתאמה- *sinθ=x/L*. מזה ניתן לראות כי משוואת הכוח בזויות קטנות מתקרבת ל:

1. 

לפי החוק השני של ניוטון (F=ma) ניתן להציב את הכוח ע"פ נוסחה 1 ונקבל (כאשר ברור כי הנגזרת השניה של הדרך הינה התאוצה):

1. 

מנוסחה (2) נבודד את התאוצה ונקבל:

1. 

נסמן *ω2= g / L* וכך נבטא את התאוצה בתור:

1. 

לכן, , זמן מחזור של מטוטלת (T) הנו וביחד, זמן המחזור של המטוטלת הנו:

1. 
2. **רשימת ציוד:**

* משקולת גומי.
* חוט.
* מד עצר אלקטרוני המחובר לשער אופטי.
* סרגל גדול וסרגל קטן.
* קליבר.

1. **תיאור מערך הניסוי:** 
   1. בשלב ראשון, מדדנו את אורך המשקולת ואת המרחק בין תחילת הסרגל הגדול לתחתית המשקולת. מדדנו אורכים אלו מפני שאורך החוט (L) שווה לאורך הנמדד בסרגל הגדול + המרחק בין הסרגל לתחתית המשקולת - מחצית אורך המשקולת (מכיוון שהמסה מתרכזת בנקודה אחת ובגוף בעל צפיפות קבועה, מרכז המסה נמצא במרכז הגאומטרי של הגוף). את אורך המשקולת מדדנו באמצעות הקליבר.
   2. עבור אורכי חוט (L) שונים מדדנו את זמני המחזור (T) שהתקבלו. באורכים גדולים, עבור כל אורך מדדנו 4 פעמים זמן של מחזור בודד, ובאורכים קטנים יותר (בשל הקושי למדוד זמן מחזור קצר כל כך) מדדנו זמן מחזור של 20 מחזורים וחישבנו את הממוצע. גם על מדידה זו חזרנו פעם נוספת בכדי לוודא את נכונותה.
2. **תכנון עיבוד תוצאות:**

נבנה ארבעה גרפים עפ"י התוצאות שהתקבלו.

* 1. תלות אורך החוט (L) כפי שנמדד בסרגל הגדול בלבד (ללא התייחסות למרחק בין תחילת הסרגל לתחתית המשקולת וללא חיסור מחצית אורך המשקולת) בזמן המחזור (T).
     + שגיאה בציר ה-x: שגיאת המדידה של (L) בלבד (כפי שנמדד באורך הסרגל הגדול בלבד).
     + שגיאה בציר ה-y: השגיאה ב-(T), השגיאה המקסימלית מבין השגיאה הסטטיסטית ושגיאת המדידה.
  2. תלות אורך החוט (L) כפי שנמדד בסרגל הגדול בלבד (ללא התייחסות למרחק בין תחילת הסרגל לתחתית המשקולת וללא חיסור מחצית אורך המשקולת) בזמן המחזור בריבוע .
     + שגיאה בציר ה-x: שגיאת המדידה של (L) בלבד (כפי שנמדד באורך הסרגל הגדול בלבד).
     + שגיאה בציר הy-: . כאשר הינה השגיאה המקסימלית מבין השגיאה הסטטיסטית ושגיאת המדידה.
  3. תלות אורך החוט הכולל (L) (עם התייחסות למרחק בין תחילת הסרגל לתחתית המשקולת (d) וחיסור מחצית אורך המשקולת(w)) בזמן המחזור (T).
     + שגיאה בציר הx-: השגיאת הכוללת מ-3 מדידות: אורך החוט כפי שנמדד בסרגל הגדול (L), האורך שנמדד מתחילתו של הסרגל הגדול אל תחתית המשקולת ומחצית אורך המשקולת:.
     + שגיאה בציר ה-y: השגיאה ב-(T), השגיאה המקסימלית מבין השגיאה הסטטיסטית ושגיאת המדידה.
  4. תלות אורך החוט הכולל (L) (עם התייחסות למרחק בין תחילת הסרגל לתחתית המשקולת (d) וחיסור מחצית אורך המשקולת(w)) בזמן המחזור בריבוע ().
     + שגיאה בציר ה-x: השגיאה הכוללת מ-3 מדידות: אורך החוט כפי שנמדד בסרגל הגדול (L), האורך שנמדד מתחילתו של הסרגל הגדול אל תחתית המשקולת ומחצית אורך המשקולת:.
     + שגיאה בציר ה-y: . כאשר הינה השגיאה המקסימלית מבין השגיאה הסטטיסטית ושגיאת המדידה.

יש לציין כי עבור כל זמן מחזור בדקנו שהשגיאה היחסית תהיה קטנה מ-0.1%.

מכל אחד מהגרפים, נחשב את קבוע הגרביטציה g)) עפ"י שיפוע הגרף (), לפי נוסחה (5) בה . השגיאה תהיה .

1. **עיבוד תוצאות:**

שגיאות מדידה:



גדלים פיזיקלים:



ו משתנות לפי זמני המחזור השונים ולפי שיטות המדידה השונות ומפורטים בטבלה הבאה.

מדידת זמני מחזור עבור אורכי חוט (L) שונים:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **L(cm)** | **dL(cm)** | **Ltotal(cm)** | **dLtotal(cm)** | **T1(sec)** | **T2(sec)** | **T3(sec)** | **T4(sec)** | **averageT**  **(sec)** | **Stdev**  **(sec)** | **Statiserr**  **(sec)** | **Mesurerr**  **(sec)** | **Realer**  **(sec)** | **relativerr(%)** | **averageT^2**  **(sec^2)** | **dT^2**  **(sec^2)** |
| 90.1 | 0.1 | 92.50 | 0.14 | 1.93 | 1.93 | 1.93 | 1.93 | 1.93 | 0.0000 | 0.00000 | 0.001 | 0.00100 | 0.052 | 3.7404 | 0.0039 |
| 80.2 | 0.1 | 82.60 | 0.14 | 1.83 | 1.83 | 1.83 | 1.83 | 1.83 | 0.0006 | 0.00029 | 0.001 | 0.00100 | 0.055 | 3.3434 | 0.0037 |
| 74.4 | 0.1 | 76.80 | 0.14 | 1.76 | 1.76 | 1.76 | 1.76 | 1.76 | 0.0008 | 0.00041 | 0.001 | 0.00100 | 0.057 | 3.1082 | 0.0035 |
| 68.9 | 0.1 | 71.30 | 0.14 | 1.70 | 1.70 | 1.70 | 1.70 | 1.70 | 0.0010 | 0.00048 | 0.001 | 0.00100 | 0.059 | 2.8858 | 0.0034 |
| 60.5 | 0.1 | 62.90 | 0.14 | 1.60 | 1.60 | 1.59 | 1.59 | 1.59 | 0.0006 | 0.00029 | 0.001 | 0.00100 | 0.063 | 2.5424 | 0.0032 |
| 55.2 | 0.1 | 57.60 | 0.14 | 1.53 | 1.53 | 1.53 | 1.53 | 1.53 | 0.0008 | 0.00041 | 0.001 | 0.00100 | 0.065 | 2.3317 | 0.0031 |
| 49.5 | 0.1 | 51.90 | 0.14 | 1.45 | 1.45 | 1.45 | 1.45 | 1.45 | 0.0006 | 0.00029 | 0.001 | 0.00100 | 0.069 | 2.1011 | 0.0029 |
| 41.8 | 0.1 | 44.20 | 0.14 | 1.34 | 1.34 | 1.34 | 1.34 | 1.34 | 0.0005 | 0.00025 | 0.001 | 0.00100 | 0.075 | 1.7923 | 0.0027 |
| 35.3 | 0.1 | 37.70 | 0.14 | 1.24 | 1.24 | 1.24 | 1.24 | 1.24 | 0.0010 | 0.00048 | 0.001 | 0.00100 | 0.081 | 1.5320 | 0.0025 |
| 27.8 | 0.1 | 30.20 | 0.14 | 1.11 | 1.11 | 1.11 | 1.11 | 1.11 | 0.0010 | 0.00048 | 0.001 | 0.00100 | 0.090 | 1.2304 | 0.0022 |
| 21.1 | 0.1 | 23.50 | 0.14 | 0.98 | 0.98 |  |  | 0.98 | 0.0000 | 0.00000 | 0.0005 | 0.00050 | 0.051 | 0.9683 | 0.0010 |
| 17 | 0.1 | 19.40 | 0.14 | 0.89 | 0.90 |  |  | 0.89 | 0.0014 | 0.00071 | 0.0005 | 0.00071 | 0.079 | 0.7992 | 0.0013 |
| 13 | 0.1 | 15.40 | 0.14 | 0.80 | 0.80 |  |  | 0.80 | 0.0000 | 0.00000 | 0.0005 | 0.00050 | 0.063 | 0.6400 | 0.0008 |
| 9 | 0.1 | 11.40 | 0.14 | 0.69 | 0.69 |  |  | 0.69 | 0.0004 | 0.00018 | 0.0005 | 0.00050 | 0.072 | 0.4806 | 0.0007 |

יש לציין כי קיימים צלבי שגיאות עליהם אך הם אינם נראים כי גודל השגיאה קטן מאוד לעומת הערכים הנמדדים.

גרף (1) - תלות אורך החוט (L) כפי שנמדד בסרגל הגדול בלבד בזמן המחזור (T).

שגיאת מקדם  הינה השגיאה הגדולה יותר . מנוסחה (5) נקבל  וכשנציב את המקדם של נקבל כי כאשר . ערכה של השגיאה היחסית  . ערכו התיאורטי . ערך () של גודל זה הינו .

גרף (2) - תלות אורך החוט (L) כפי שנמדד בסרגל הגדול בלבד בזמן המחזור ().

שגיאת  הינה השגיאה הגדולה יותר . מנוסחה (5) נקבל  וכשנציב את שיפוע הגרף נקבל כי. כאשר . ערכה של השגיאה היחסית  . ערכו התיאורטי . ערך () של גודל זה הינו .

גרף (3) - תלות אורך החוט הכולל (L) בזמן המחזור (T).

שגיאת מקדם  הינה השגיאה הגדולה יותר . מנוסחה (5) נקבל  וכשנציב את המקדם של נקבל כי כאשר . ערכה של השגיאה היחסית  . ערכו התיאורטי . ערך של גודל זה הינו .

גרף (4) - תלות אורך החוט הכולל (L) בזמן המחזור ().

שגיאת  הינה השגיאה הגדולה יותר . מנוסחה (5) נקבל  וכשנציב את שיפוע הגרף נקבל כי. כאשר . ערכה של השגיאה היחסית  . ערכו התיאורטי . ערך () של גודל זה הינו .

1. **סיכום ומסקנות:**

**רון נוימן**

בכלליות ניתן לומר כי שתי מטרות הניסוי בוצעו בהצלחה תוך השגת תוצאות קרובות לצפי התיאורטי.

מהתבוננות קצרה בזמני המחזור שמדדנו ולאחר מכן בתוצאות הגרפים, ניתן לראות כי אכן קיים קשר לינארי בין אורך החוט לזמן המחזור בריבוע, כצפוי לפי התיאוריה. בנוסף, סטיית התקן הקטנה במדידת זמני המחזור מראה כי הניסוי הצליח להתגבר על כך שסביבת הניסוי אינה אידיאלית (כוח חיכוך).

חשוב לציין כי הגרפים השונים מראים כיצד מדידת אורך חוט לא מדויקת (גרף 1 ו-2) מניבה תוצאות רחוקות יותר מהערך התאורטי (לעומת גרפים 3 ו-4). כאשר ביצענו מדידה מדויקת (מבחינת אורך החוט ומבחינת התייחסות לזמן המחזור בריבוע) חישוב כוח הכבידה הניב תוצאה קרובה מאוד לערך התאורטי, מה שמראה באופן נוסף את התאמתות התיאוריה בניסוי.

**עדו גרוס**

בניסוי הראשון, קיבלנו תוצאות משביעות רצון ותואמות את התיאוריה. זמן המחזור בריבוע אכן משתנה כתלות בL בלבד, ואפילו בזמני המחזור הנמוכים אותם היה קשה למדוד, הצלחנו להגיע לתוצאות מצוינות. מתוך ארבעת הגרפים שבנינו, ניתן לראות כי מהגרפים ההיפרבוליים ה שחושב אינו קרוב לתיאוריה, ובעל ערך  גדול מ3. ההסבר לכך נעוץ באופן הקירוב לגרף פרבולי, בו יש מרחב גדול לטעויות, הרבה יותר מן הגרף הלינארי. כמו-כן, ניתן לראות שבשני הגרפים הלינאריים התקבלו תוצאות קרובות מאוד לתיאוריה, בעלי ערכי  קטנים מ0.4.

בנוסף, ישנו הבדל בין גרף 2 לגרף 4, הנובע מאופן מדידת האורך L. ניתן לראות כי ככל שמקרבים את המסה להיות נקודתית (כשL נמדד ממרכז המסה) ערך ה של  משתפר עד כדי 0.09 (!!). עפ"י תוצאות אלה ניתן לראות כי הניסוי גם כאן תאם את נכונות התיאוריה עבור מסה נקודתית.

לסיכום, הניסוי תאם באופן מלא את התיאוריה והערכים שנמדד יצאו מדויקים להפליא. ניתן להסיק כי התיאוריה נכונה יותר עבור מסה המקורבת להיות מסה נקודתית וכי את התוצאות הטובות ביותר מקבלים מגרף לינארי, כאשר בוחרים משתנה מתאים לשם כך.